

ВОССТАНОВЛЕНИЕ СПУТНИКОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ И ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛЕЙ СО СЛОЖНОЙ СТРУКТУРОЙ

Васильев К.К., Дементьев В.Е., Андриянов Н.А.¹

¹Ульяновский государственный технический университет
улица Северный Венец, 32, Ульяновск, 432027, Россия
тел.: (8422) 77-80-82, e-mail: nik.andrianov@ulstu.ru

Аннотация — В данной работе рассматривается алгоритм восстановления потерянных областей спутниковых изображений. При этом предлагается использовать модели с изменяющимися параметрами, чтобы учесть сложную структуру реальных изображений. Проводится сравнение работы алгоритмы для различных путей восстановления и для моделей различной сложности. Показано, что модели со сложной структурой обеспечивают большую точность восстановления по сравнению с моделями с постоянными параметрами. Предложен упрощенный алгоритм псевдоградиентного оценивания параметров дважды стохастических моделей.

THE SATELLITE IMAGES RESTORING AND ESTIMATING OF PARAMETERS BY COMPLEX STRUCTURE MODELS

Vasiliev K.K., Dementiev V.E., Andriyanov N.A.¹

¹Ulyanovsk State Technical University
ul. Severny Venetz, 32, Ulyanovsk, 432027, Russian Federation
ph.: (8422)77-80-82, e-mail: nik.andrianov@ulstu.ru

Abstract — This work considers the algorithm of recovering lost areas on satellite images. It is proposed to use a model with variable parameters because such models can describe real images more adequately. Algorithms based on different models and "start-end" points choice are compared. It is shown that the complex structure models provide more accurate recovery in comparison with the models having constant parameters. It was supposed the simplified algorithm of parameters pseudogradient estimating in doubly stochastic models

I. Введение

Во многих случаях при передаче многомерных данных с ошибками, затенении изображений или сильном повреждении шумами возникает задача восстановления отсутствующих фрагментов изображения [4-6].

Одним из методов восстановления, по сути, является замена изображения его моделью на поврежденном участке. Однако в реальных снимках поврежденный участок может содержать в себе какие-либо объекты, описание которых возможно с помощью неоднородных моделей. Поэтому, чтобы использовать данный метод необходимо подобрать адекватные модели. Большинство существующих моделей [1,5] не способны в силу ряда причин быть адекватной заменой поврежденным участкам. Тем не менее, могут быть использованы их сочетания - смешанные модели изображений.

Достаточно общим вариантом таких моделей являются дважды стохастические модели [2,3,6] или модели, параметры которых меняются от пикселя к пикселю.

II. Основная часть

Рассмотрим восстановление квадратного участка изображения с помощью модели с изменяющимися параметрами. Пусть значения яркости изображения представляют случайное поле $\{Z_{ij}; i = 1, \dots, M_1; j = 1, \dots, M_2\}$. При этом имеется поврежденный участок с начальной точкой (i_0, j_0) размерностью $c \times c$. Обозначим эту область D . Введем следующую модель восстановления:

$$X_{ij} = \begin{cases} Z_{ij}, (i, j) \notin D, \\ \rho_{1ij}(X_{i-1j} - \bar{X}_{ij}) + \rho_{2ij}(X_{ij-1} - \bar{X}_{ij}) - \\ - \rho_{1ij}\rho_{2ij}(X_{i-1j-1} - \bar{X}_{ij}) + \xi_{ij} + \bar{X}_{ij}, (i, j) \in D, \end{cases} \quad (1)$$

где ρ_{1ij} , ρ_{2ij} - оценки коэффициентов корреляции по строке и столбцу в точке (i, j) , \bar{X}_{ij} - оценка среднего значения в точке (i, j) , ξ_{ij} - гауссовская СВ с $M\{\xi_{i,j}\} = 0$ и $\sigma_{\xi}^2 = \sigma_{ij} \sqrt{(1 - \rho_{1ij}^2)(1 - \rho_{2ij}^2)}$, где σ_{ij}^2 - оценка дисперсии в точке (i, j) .

Целесообразно проводить оценку параметров в скользящем окне, исключая при этом точки, попадающие в поврежденную область. Модель (1) представляет собой модель Хабиби с изменяющимися параметрами в области D . Для окна размерностью N оценки находятся по формулам:

$$\bar{X}_{ij} = \frac{1}{N^2} \sum_{u=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \sum_{q=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} Z_{i+uj+j_0+q} \\ \sigma_{ij}^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{u=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \sum_{q=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} (Z_{i+uj+j_0+q} - \bar{X}_{ij})^2 \quad (2)$$

$$\rho_{1ij} = \frac{1}{\sigma_{ij}^2 N^2} \sum_{u=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \sum_{q=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} (Z_{i+uj+q} - \bar{X}_{ij})(Z_{i+u-1j+q} - \bar{X}_{ij})$$

$$\rho_{2ij} = \frac{1}{\sigma_{ij}^2 N^2} \sum_{u=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} \sum_{q=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} (Z_{i+uj+q} - \bar{X}_{ij})(Z_{i+u1j+q-1} - \bar{X}_{ij})$$

Для восстановления поврежденного участка будем производить оценку в районе области D . Кроме того, для обеспечения большей неоднородности, разобьем область D на подобласти, в каждой из которых будем разворачивать модель с оцененными параметрами (2).

Система оценок (2) дает оценки, опирающиеся на движение окна слева направо и сверху вниз, т.е. модель разворачивается с левого верхнего угла области D . Аналогичные выражения можно получить и для движения окна из остальных углов. Очевидно, что полученные для разных начальных точек оценки будут отличаться. Это объясняется тем, что основные значения реализации модели будут зависеть от неповрежденной окрестности, а она, в свою очередь, определяется положением на изображении. Таким образом, ближайшие окрестности будут изменяться при изменении начальной точки развертывания модели.

Для оценки эффективности работы предложенного алгоритма восстановления, выполним его на различных изображениях. При этом будем сравнивать восстановление (1) с восстановлением по модели Хабиби, которое можно записать:

$$X_{ij} = \begin{cases} Z_{ij}, (i, j) \notin D, \\ \hat{\rho}_1(X_{i-1j} - \bar{X}) + \hat{\rho}_2(X_{ij-1} - \bar{X}) - \\ - \hat{\rho}_1\hat{\rho}_2(X_{i-1j-1} - \bar{X}) + \xi_{ij} + \bar{X}, (i, j) \in D, \end{cases} \quad (3)$$

где $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2$ - оценки коэффициентов корреляции по строке и столбцу, \bar{X} - оценка среднего значения, ξ_{ij} - гауссовская СВ с $M\{\xi_{i,j}\} = 0$ и $\sigma_{\xi}^2 = \sigma\sqrt{(1-\hat{\rho}_1^2)(1-\hat{\rho}_2^2)}$, где σ^2 - оценка дисперсии.

Таким образом, для восстановления (3) необходимо лишь один раз оценить параметры изображения, а затем подставить их в модель Хабиби.

На рис. 1 – рис. 3 представлены различные поврежденные изображения и результат их восстановления: а – поврежденное изображение, б – восстановление из левого верхнего угла, в – восстановление из правого верхнего угла, г – восстановление из левого нижнего угла, д – восстановление из правого нижнего угла, е – восстановление моделью Хабиби из левого верхнего угла.

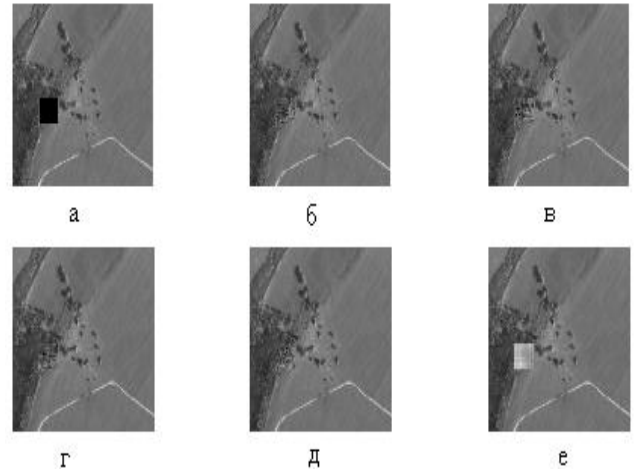


Рис. 1 Восстановление участка изображения на границе двух разнородных поверхностей
Дисперсии ошибок восстановления:

б: 0.045685,
в: 0.059835,
г: 0.045017,
д: 0.042584,
е: 0.33508.

Анализ полученных ошибок показывает, что наилучшее восстановление получено при движении из правого нижнего угла в левый верхний. Исходя из структуры изображения, это можно объяснить тем, что при таком подходе в базовую окрестность модели попадают точки, принадлежащие обоим структурам примерно равномерно. Неудивительно, что вторую и третью точность обеспечили алгоритмы, для которых также базовую окрестность составляют точки обеих структур. Для рис. 1в ошибка увеличивается, так как основную часть базовой окрестности составляет лишь одна структура. Тем не менее, результаты восстановления на рис. 1б-1д значительно превосходят результат восстановления на рис. 1е. Это связано с тем, что в модели Хабиби параметры постоянные. Таким образом, затрудняется описание разнородных структур с ее применением.

Рассмотрим теперь случай, когда исходное изображение достаточно близко к однородному.

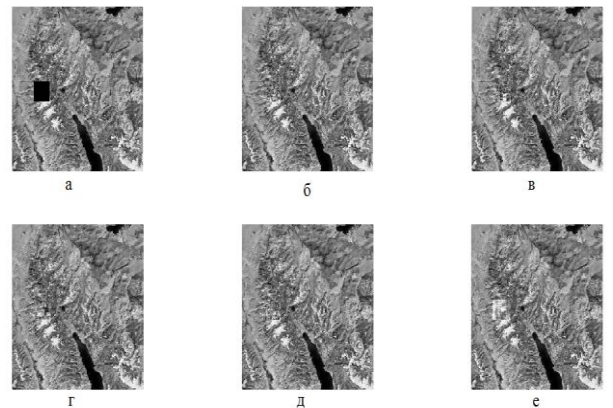


Рис. 2 Восстановление участка изображения, близкого к однородному

Дисперсии ошибок восстановления:

б: 0.031099,
в: 0.03971,
г: 0.035008,
д: 0.033579,
е: 0.043248.

Из полученных при восстановлении рис. 2 ошибок можно сделать вывод, что в случае однородного участка изображения, результаты при реализации алгоритмов вне зависимости выбора начальной точки достаточно близки. При этом незначительный разброс значений дисперсии ошибки может быть связан с тем, что реализация модели - это реализация случайного процесса. Следовательно, значение восстанавливаемого элемента случайно. Следует также отметить, что на выбранном изображении рис. 2 неоднородности присутствуют, что тоже повлияло на расчет дисперсий ошибки восстановления. Однако результаты восстановления на рис. 2б-2д превосходят результат восстановления на рис. 2е. Во-первых, это происходит из-за того, что сама модель с изменяющимися параметрами лучше подходит для описания исходного изображения. Во-вторых, при реализации модели Хабиби используются одинаковые коэффициенты корреляции, хотя на реальном изображении связь между пикселями не соответствует такому описанию.

Наконец, рассмотрим восстановление участка изображения, когда окрестность отличается с разных сторон, т.е. по углам поврежденного участка расположены либо разнородные объекты, либо есть разница в значениях яркости.

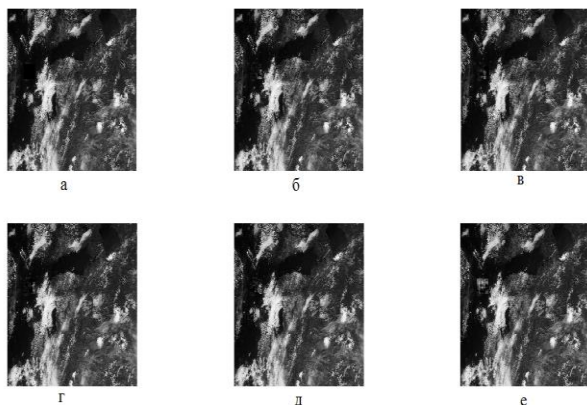


Рис. 3 Восстановление участка изображения, ограничиваемого разными структурами

Дисперсии ошибок восстановления:

б: 0.004984,
в: 0.003134,
г: 0.006285,
д: 0.008371,
е: 0.015519.

Исследование дисперсии ошибок для рис. 3 показало, что в случае, когда поврежденный участок ограничен с разных сторон пикселями разной яркости, имеет значение, с какой стороны осуществляется восстановление. Действительно, восстановление из правого верхнего угла основывалось на темной окрестности, самой близкой к яркости поврежденного участка. Дальнейший порядок схожести окрестности по яркости в точности

совпадает с порядком увеличения ошибки дисперсии. Следовательно, чем ближе яркость окрестности к яркости на поврежденном участке, тем точнее будет восстановление. При этом для рис. 3 алгоритм восстановления с помощью модели Хабиби значительно уступает алгоритмам, основанным на применении сложных моделей. Это, в первую очередь, связано с неоднородностью исходного изображения.

Таким образом, можно сделать предположение о том, что правильный выбор базовой окрестности позволяет повысить точность изображения. В таком случае процесс замены поврежденного участка может быть разбит на несколько подпроцессов. При этом для каждого из них будут применяться различные модели формирования, основанные на разных базовых окрестностях. Такое сочетание позволит еще увеличить выигрыш восстановления с помощью моделей с изменяющимися параметрами по сравнению с простейшими моделями.

Размер повреждения $c = 40$ для всех рисунков. Размеры изображений: рис. 1 - 290x290, рис. 2 - 330x330, рис. 3 - 440x440. Дисперсия ошибки рассчитана из отношения к дисперсии изображения.

Анализ показывает, что восстановление (1) лучше подходит для неоднородных изображений. Восстановление по модели Хабиби же даже в визуальном восприятии смотрится гораздо хуже. Кроме того, на значении дисперсии ошибки в рассмотренных случаях влияет также отношение размера повреждения к размеру изображения. Очевидно, чем он меньше, тем выше точность восстановления.

Таким образом, рассмотренный алгоритм восстановления, базирующийся на применении моделей с изменяющимися параметрами, в отличие от восстановления по модели Хабиби, способен восстанавливать неоднородные участки и, в целом, превосходит последний.

В качестве альтернативного варианта оценивания параметров изображений кратко рассмотрим алгоритм сочетания псевдоградиентного поиска и Калмановской фильтрации, более подробно описанный в [6].

Запишем смешанную модель, параметры которой изменяются от шага к шагу в следующем виде:

$$x_{ij} = \rho_{xij} x_{i-1,j} + \rho_{yij} x_{i,j-1} - \rho_{xij} \rho_{yij} x_{i-1,j-1} + \xi_{ij}, \quad (4)$$

где $\rho_{xij} = \tilde{\rho}_{xij} + m_{px}$ - поле коэффициентов корреляции по строке, $\rho_{yij} = \tilde{\rho}_{yij} + m_{py}$ - поле коэффициентов корреляции по столбцу, m_{px} и m_{py} - средние значения корреляционных параметров случайного поля по строке и по столбцу соответственно, $\{\xi_{ij}\}$ - случайное поле независимых гауссовских случайных величин с математическим ожиданием $M\{\xi_{ij}\} = m_{\xi} = 0$ и дисперсией $M\{\xi_{ij}^2\} = \sigma_{\xi ij}^2 = \sigma_x^2(1 - \rho_{xij}^2)(1 - \rho_{yij}^2)$, σ_x^2 - дисперсия основного СП.

Сами же случайные поля, описывающие изменения коэффициентов корреляции, записываются следующим образом:

$$\begin{aligned}\tilde{\rho}_{xij} &= r_{1x}\tilde{\rho}_{xi-1,j} + r_{2x}\tilde{\rho}_{xi,j-1} - r_{1x}r_{2x}\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \zeta_{xij}, \\ \tilde{\rho}_{yij} &= r_{1y}\tilde{\rho}_{yi-1,j} + r_{2y}\tilde{\rho}_{yi,j-1} - r_{1y}r_{2y}\tilde{\rho}_{yi-1,j-1} + \zeta_{yij},\end{aligned}\quad (5)$$

где r_{1x} , r_{2x} , r_{1y} , r_{2y} - неизменные корреляционные параметры внутренних случайных полей, $\{\zeta_{xij}\}$ и $\{\zeta_{yij}\}$ - независимые гауссовские случайные величины с нулевым математическим ожиданием и дисперсиями $M\{\zeta_{xij}^2\} = \sigma_{\rho x}^2(1-r_{1x}^2)(1-r_{2x}^2)$, $M\{\zeta_{yij}^2\} = \sigma_{\rho y}^2(1-r_{1y}^2)(1-r_{2y}^2)$, $\sigma_{\rho x}^2$ и $\sigma_{\rho y}^2$ - определяют дисперсии базовых случайных полей коэффициентов корреляции по строке и столбцу соответственно.

Таким образом, для того, чтобы решить задачу оценивания параметров, необходимо оценить случайные поля ρ_{xij} и ρ_{yij} модели (4). Следует отметить, что для случая дважды стохастических моделей важное свойство заключается в возможности применить рекуррентные процедуры оценивания [3], что позволит незначительно увеличить вычислительные затраты.

Предположим, что на входе восстанавливающей системы наблюдения представляют собой сумму полезного сигнала (4) и аддитивного белого гауссовского шума $\{n_{ij}\}$ с $m_n = 0$ и σ_n^2 :

$$z_{ij} = x_{ij} + n_{ij}. \quad (6)$$

Будем использовать векторный нелинейный фильтр Калмана [7], чтобы осуществить просеяц фильтрации плоского изображения. Следовательно, необходимо получить вектор из элементов строки изображения, который может быть записан

$$\bar{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN})^T. \quad (7)$$

В таком случае запишем обобщенное выражение модели плоского изображения в соответствии со следующим видом:

$$\begin{aligned}\bar{x}_i &= \text{diag}(\bar{\rho}_{xi})\bar{x}_{i-1} + v(\bar{\rho}_{xi}, \bar{\rho}_{yi})\bar{\xi}_i, \\ \bar{\rho}_{xi} &= r_{1x}\bar{\rho}_{x(i-1)} + v_{\rho x}\bar{\xi}_{xi}, \\ \bar{\rho}_{yi} &= r_{1y}\bar{\rho}_{y(i-1)} + v_{\rho y}\bar{\xi}_{yi},\end{aligned}\quad (8)$$

$$\text{где } \text{diag}(\bar{\rho}_{xi}) = \begin{pmatrix} \rho_{xi1} & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \rho_{xi2} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & \rho_{xiN} \end{pmatrix}.$$

Наконец, выражение для процесса построения оценивания записывается в виде

$$\hat{x}_{pi} = \hat{x}_{spi} + P_i \frac{\partial \Phi^T}{\partial \bar{x}_{pi}} V_n^{-1} (\bar{z}_i - \hat{x}_{spi}). \quad (9)$$

Следует отметить, что применение нелинейного векторного фильтра Калмана возможно в том случае, если на оценивающей стороне известна модель формирования сигнала. Таким образом, чтобы модель сигнала была известна, необходимо, чтобы были известны коэффициенты r_{1x} , r_{2x} , r_{1y} , r_{2y} , а, кроме того, статистические характеристики

модели $m_{\rho x}$, $m_{\rho y}$ и $\sigma_{\rho x}^2$, $\sigma_{\rho y}^2$, σ_x^2 . Если же на принимающей стороне нет никакой априорной информации об отмеченных параметрах, то необходимо выполнить их предварительную оценку.

В качестве метода, позволяющего оценить параметры модели (4), хорошо зарекомендовал себя алгоритм псевдоградиентного поиска оценок постоянных корреляционных параметров r_{1x} , r_{2x} , r_{1y} , r_{2y} [6,8].

В общем случае, оценка данных параметров является весьма затруднительной задачей и требует выполнения нескольких итераций псевдоградиентного поиска с последующим усреднением оценок.

Запишем общее выражение для процесса псевдоградиентного оценивания [6,8]:

$$\hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t - \Lambda_{t+1} \beta_{t+1} (J(Z_{t+1}, \hat{\alpha}_t)), \quad (10)$$

где α - оцениваемый вектор параметров; t - номер итерации; Λ - матрица приближения; β - псевдоградиент целевой функции J , которая характеризует качество оценивания; Z_t - локальная выборка наблюдений, используемая на t -ой итерации. В большинстве приложений, реализуемых на практике, обычно достаточно точно оценивания, обеспечиваемой псевдоградиентными процедурами поиска. При этом не требуется априорных знаний о градиенте целевой функции и об особенностях поведения целевой функции.

Основная идея предлагаемого алгоритма поиска оценок коэффициентов r_{1x} , r_{2x} , r_{1y} , r_{2y} заключается в том, что необходимо задать какую-то начальную оценку совокупности параметров и затем, увеличивая или уменьшая начальное значение, найти такую совокупность оценок, для которой бы дисперсия ошибки была минимальной. Таким образом, на каждой итерации выполняется сравнение ошибок и поиск оптимального направления движения при переходе от (s-1)-го шага к s-му шагу. Можно записать модель корреляционных параметров для s-го шага в следующем виде:

$$\begin{aligned}\{\tilde{\rho}_{xij}\} &= \min_{(z-\hat{x})^2} (a_x \ b_x \ c_x \ d_x \ e_x \ f_x \ g_x \ h_x \ k_x), \\ \{\tilde{\rho}_{yij}\} &= \min_{(z-\hat{x})^2} (a_y \ b_y \ c_y \ d_y \ e_y \ f_y \ g_y \ h_y \ k_y),\end{aligned}\quad (11)$$

где направление в сторону уменьшения каждого параметра описывается выражением

$$(a_x) = (r_{1xs} - \Delta r_{1s})\tilde{\rho}_{xi-1,j} + (r_{2xs} - \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi,j-1} - \\ - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})(r_{2xs} - \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \\ + \sigma_x \sqrt{1 - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})^2} \sqrt{1 - (r_{2xs} - \Delta r_{2xs})^2} \zeta_{ij},$$

направление в сторону уменьшения корреляции по строке и неизменности корреляции по столбцу описывается выражением

$$(b_x) = (r_{1xs} - \Delta r_{1s})\tilde{\rho}_{xi-1,j} + r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi,j-1} - \\ - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \\ + \sigma_x \sqrt{1 - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})^2} \sqrt{1 - r_{2xs}^2} \zeta_{ij},$$

направление в сторону уменьшения корреляции по строке и увеличения корреляции по столбцу описывается выражением

$$(c_x) = (r_{1xs} - \Delta r_{1s})\tilde{\rho}_{xi-1,j} + (r_{2xs} + \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi,j-1} - \\ - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})(r_{2xs} + \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \\ + \sigma_x \sqrt{1 - (r_{1xs} - \Delta r_{1xs})^2} \sqrt{1 - (r_{2xs} + \Delta r_{2xs})^2} \zeta_{ij},$$

направление в сторону неизменности корреляции по строке и уменьшения корреляции по столбцу описывается выражением

$$(d_x) = r_{1xs}\tilde{\rho}_{xi-1,j} + (r_{2xs} - \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi,j-1} - \\ - r_{1xs}(r_{2xs} - \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \\ + \sigma_x \sqrt{1 - r_{1xs}^2} \sqrt{1 - (r_{2xs} - \Delta r_{2xs})^2} \zeta_{ij},$$

направление в сторону неизменности корреляции по строке и неизменности корреляции по столбцу описывается выражением

$$(e_x) = r_{1xs}\tilde{\rho}_{xi-1,j} + r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi,j-1} - \\ - r_{1xs}r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \sigma_x \sqrt{1 - r_{1xs}^2} \sqrt{1 - r_{2xs}^2} \zeta_{ij},$$

направление в сторону неизменности корреляции по строке и увеличения корреляции по столбцу описывается выражением

$$(f_x) = r_{1xs}\tilde{\rho}_{xi-1,j} + (r_{2xs} + \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi,j-1} - \\ - r_{1xs}(r_{2xs} + \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \\ + \sigma_x \sqrt{1 - r_{1xs}^2} \sqrt{1 - (r_{2xs} + \Delta r_{2xs})^2} \zeta_{ij},$$

направление в сторону увеличения корреляции по строке и уменьшения корреляции по столбцу описывается выражением

$$(g_x) = (r_{1xs} + \Delta r_{1s})\tilde{\rho}_{xi-1,j} + (r_{2xs} - \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi,j-1} - \\ - (r_{1xs} + \Delta r_{1xs})(r_{2xs} - \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \\ + \sigma_x \sqrt{1 - (r_{1xs} + \Delta r_{1xs})^2} \sqrt{1 - (r_{2xs} - \Delta r_{2xs})^2} \zeta_{ij},$$

направление в сторону увеличения корреляции по строке и неизменности корреляции по столбцу описывается выражением

$$(h_x) = (r_{1xs} + \Delta r_{1s})\tilde{\rho}_{xi-1,j} + r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi,j-1} - \\ - (r_{1xs} + \Delta r_{1xs})r_{2xs}\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \\ + \sigma_x \sqrt{1 - (r_{1xs} + \Delta r_{1xs})^2} \sqrt{1 - r_{2xs}^2} \zeta_{ij},$$

направление в сторону увеличения корреляции по строке и увеличения корреляции по столбцу описывается выражением

$$(k_x) = (r_{1xs} + \Delta r_{1s})\tilde{\rho}_{xi-1,j} + (r_{2xs} + \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi,j-1} - \\ - (r_{1xs} + \Delta r_{1xs})(r_{2xs} + \Delta r_{2xs})\tilde{\rho}_{xi-1,j-1} + \\ + \sigma_x \sqrt{1 - (r_{1xs} + \Delta r_{1xs})^2} \sqrt{1 - (r_{2xs} + \Delta r_{2xs})^2} \zeta_{ij}.$$

Подобный выбор осуществляется и для коэффициентов $\tilde{\rho}_{yij}$. В итоге найденные параметры

$r_{1x}, r_{2x}, r_{1y}, r_{2y}$ подставляются в уравнение фильтрации (9).

Стоит отметить, что алгоритм (11) представляет собой поиск частных оценок коэффициентов корреляции базовых случайных полей. Однако такой подход требует гораздо меньше вычислительных затрат, чем подход, в случае которого необходимо минимум дисперсии ошибки искать при совокупном изменении всех четырех параметров. Действительно, в (11) мы оцениваем случайные поля отдельно, т.е. дважды даем оценку двум параметрам. Каждый из параметров может изменяться по трем направлениям: уменьшаться, увеличиваться и оставаться постоянным. Следовательно, совместное изменение двух параметров описывается $3^2 = 9$ направлениями движения. Умножая 9 на два случайных поля, получаем оценку вычислительных операций на каждом шаге $O_1 = 18$.

В тоже время алгоритм одновременного оценивания четырех параметров, каждый из которых имеет три возможных направления изменения, потребует $O_2 = 3^4 = 81$. Таким образом, отношение $O_2 / O_1 = 4.5$.

Результаты работы алгоритма (11) представлены на рис. 4 (для $\tilde{\rho}_{xij}$) и рис. 5. (для $\tilde{\rho}_{yij}$). При этом было взято по четыре точки, описывающих каждую соответствующую пару параметров.

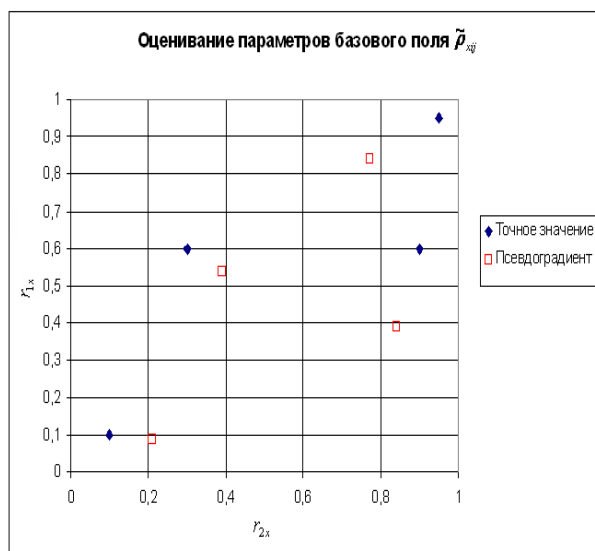


Рис. 4 Оценка постоянных параметров поля $\tilde{\rho}_{xij}$ дважды стохастической модели: ромбом обозначено точное значение, квадратом – псевдоградиентная оценка

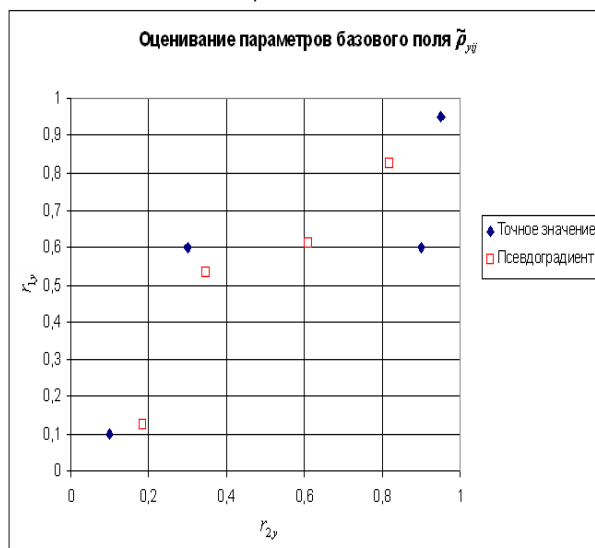


Рис. 5 Оценка постоянных параметров поля $\tilde{\rho}_{yij}$ дважды стохастической модели: ромбом обозначено точное значение, квадратом – псевдоградиентная оценка.

III. Заключение

Разработан алгоритм восстановления поврежденных участков изображений, основанный на применении математического моделирования. Анализ полученных результатов показывает, что для восстановления спутниковых изображений целесообразно использовать модели с изменяющимися параметрами.

Предложена модификация псевдоградиентного алгоритма поиска, в соответствии с которой можно осуществлять адекватное оценивание параметров случайных полей при значительном сокращении вычислительных затрат.

Улучшение точности работы алгоритма в будущем может быть получено путем комплексирования результатов восстановления, полученных для разных направлений.

IV. Литература

- [1] Schowengerdt Robert A Remote sensing. Models and methods for image processing. // Schowengerdt R., Kiryushin A., Demyanikov A., M.: Technosfera, 2013 - 589 P.
- [2] Vasil'ev K. K., Dement'ev V. E., Andriyanov N. A. Doubly stochastic models of images // Pattern Recognition and Image Analysis. January 2015. V. 25(1). - P. 105-110.
- [3] Vasil'ev K. K., Dement'ev V. E., Andriyanov N. A. Parameter estimation of doubly stochastic random fields // Radiotekhnika, №7, 2014 - P. 103-106
- [4] Larionov I. B. Clustering matrices with gaps as a method of recovery of graphical information // Mathematical structures and modelling, V. 20, 2009 - P. 97-106
- [5] Vasil'ev K. K., Krashenninnikov V. R. Statistical analyses of multidimensional images // Ulyanovsk: UIGTU, 2007 - 170 P.
- [6] Vasil'ev K. K., Dement'ev V. E., Andriyanov N. A. Application of mixed models for solving the problem on restoring and estimating image parameters // Pattern Recognition and Image Analysis. January 2016. V. 26(1). - P. 240-247.
- [7] Vasil'ev K. K., Dement'ev V. E. A extended anomalies detecting on multispectral images // Naukoemkieologii, M. 2007, №3, - P. 3-14
- [8] Vasil'ev K. K., Tashlinskiy A. G., Krashenninnikov V. R. Statistical analyses of multidimensional images sequences // Naukoemkieologii, M. 2013, №5, - P. 5-11